

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Математического и прикладного анализа
А.И. Шашкин
подпись, расшифровка подписи
23.03.2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.54 Комплексный анализ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

10.05.01 Компьютерная безопасность

2. Профиль подготовки/специализация: *специализация N 2 "Математические методы защиты информации"*:

3. Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

4. Форма обучения: *Очная*

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Математического и прикладного анализа

6. Составители программы: *Засорин Юрий Валентинович, к.ф.-м.н., доцент*

7. Рекомендована: *НМС факультета 22 марта 2024 протокол № 5*

8. Учебный год: 2024/2025 Семестр(-ы): 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью дисциплины является выработка у студентов углубленного понимания таких фундаментальных понятий как комплексная дифференцируемость, комплексная аналитичность, конформное отображение, овладение аппаратом и методами теории функций комплексной переменной, выработка навыков применения этих методов к задачам и проблемам математического и функционального анализа, уравнениям в частных производных математической физики, теории упругости и гидромеханики.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к профессиональному циклу. Она требует от студентов владение основами математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии. Кроме того, обучающемуся необходимо обладание культурой мышления, способностью к интеллектуальному, и профессиональному саморазвитию, стремлением к повышению своей квалификации и мастерства, способностью приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии, способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат, способностью собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным проблемам. Дисциплины, в которых используются знания, навыки и умения, полученные в рамках настоящей дисциплины: «Уравнения математической физики», «Функциональный анализ», «Теория упругости» и «Гидромеханика».

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Компетенция		Планируемые результаты обучения
Код	Название	
ОПК-1	способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	знать: понятие комплексного числа, действия над комплексными числами, понятия предела последовательности комплексных чисел, функции комплексной переменной, предела и непрерывности функции комплексной переменной, производной и интеграла от функции комплексной переменной. уметь: логически мыслить, самостоятельно расширять свои математические знания, применять свои знания при решении задач. владеть: методами исследования и решения задач, относящихся к следующим разделам комплексного анализа: комплексные числа, функции комплексной переменной, производная и интеграл от функции комплексной переменной

ПК-2	способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p>Знать: основные положения, законы и методы фундаментальной математики и естественно-математических дисциплин для понимания сущности проблемы.</p> <p>Уметь: приводить научные положения и факты для обоснования сущности проблемы определять возможности применения теоретических положений и методов комплексного анализа для постановки и решения конкретных прикладных задач; решать основные задачи на вычисление.</p> <p>Владеть: современными проблемами естественных наук и математики, стандартными методами и моделями комплексного анализа и их применением к решению прикладных задач</p>
------	---	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 2/72.

Форма промежуточной аттестации зачет.

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		4 семестр	
Контактная работа	48	48	
в том числе:	лекции	32	32
	практические	16	16
	лабораторные		
	курсовая работа		
Самостоятельная работа	24	24	
Промежуточная аттестация	-	-	
Итого:	72	72	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1. 1.	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра	Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Модуль и аргумент. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формулы Муавра извлечения корней из комплексных чисел.
2. 1.	Расширенная комплексная плоскость и её свойства.	Понятие бесконечно удаленной точки. Открытые и замкнутые множества. Последовательности комплексных чисел и их свойства.
3. 1.	Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность	Понятие функции комплексной переменной. Способы задания. Два определения предела функции. Непрерывность и обобщенная непрерывность. Понятие однолиственности.
4. 1.	R-линейные и C-линейные функционалы и их	Понятие R-линейного и C-линейного функционала. Структура R-линейных и C-линейных функционалов. Критерий C-

	свойства.	линейного функционала. Геометрические свойства R-линейных и C-линейных функционалов.
5. 1.	Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши-Римана	Понятие R-дифференцируемости и C-дифференцируемости функции комплексной переменной. Теорема Коши-Римана (необходимое и достаточное условие C-дифференцируемости). Элементарные свойства C-дифференцируемых функций (дифференцируемость суммы, произведения, частного и композиции).
6. 1.	Комплексная производная и ее свойства	Понятие комплексной производной. Связь с C-дифференцируемостью. Простейшие свойства комплексной производной. Способы вычисления комплексной производной. Вычисление комплексной производной от элементарных функций.
7. 1.	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций	Аналитичность функции комплексной переменной в точке и на множестве. Классы аналитических функций.
8. 1.	Элементарные функции комплексной переменной и их свойства	Линейная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции комплексной переменной и их свойства. Многозначные функции. Главное значение многозначной функции. Точки ветвления. Области конформности.
9. 1.	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	Ориентированные контуры в комплексной плоскости. Понятие интеграла от Ф.К.П. Связь с интегралом Римана и криволинейными интегралами 2-го рода. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, ориентированность, оценки интеграла). Примеры вычисления интегралов от Ф.К.П. Число связности области. Ориентированная граница области. Теоремы Коши для односвязных областей (1-ая и 2-ая формулировки). Теорема Коши для многосвязных областей.
10. 1.	Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции	Интегральная формула Коши и ее модификации. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Аналитичность производных аналитической функции. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши.
11. 1.	Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума.. Теорема Лиувилля	Формулы среднего значения для аналитической функции (1-ая, 2-ая и 3-я). Принцип максимума модуля для аналитической функции. Понятие целой функции. Теорема Лиувилля. Следствия из теоремы Лиувилля.
12. 1.	Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса	Понятие первообразной и локальной первообразной. Свойства первообразной. Теоремы о первообразной и локальной первообразной. Неопределенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница. Теоремы Мореры и Вейерштрасса (об аналитичности предела равномерно сходящейся последовательности аналитических функций).
13. 1.	Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда	Функциональные ряды. Типы сходимости. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара и радиус сходимости. Аналитичность сумм степенных рядов. Теорема Абеля. Примеры.
14. 1.	Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции	Теорема Тейлора и единственность тейлоровского разложения аналитической функции. Эквивалентность 3-х определений аналитической функции (Коши, Мореры, Тейлора). Разложение в ряды Тейлора элементарных Ф.К.П.. Методы разложения в ряд Тейлора аналитических функций.
15. 1.	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Вычисление порядка нуля. Теорема единственности для аналитических функций и следствия из нее.
16. 1.	Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана	Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о единственности лорановского разложения аналитической функции. Разложение

		аналитических функций в ряды Лорана.
17. 1.	Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением. Теорема Сохоцкого	Изолированные и неизолированные особые точки аналитической функции. Устранимая особенность, полюс и существенно особая точка. Их связь с лорановским разложением. Критерий правильной точки. Порядок полюса и его вычисление. Теорема Ю.В.Сохоцкого. Нахождение особых точек и установление их типа.
18. 1.	Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов	Определение вычета аналитической функции. Способы вычисления вычетов в правильной точке, полюсе и существенно особой точке. Определение вычета в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
2. Практические занятия		
1. 2.	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра	Понятие комплексного числа. Операции над комплексными числами. Модуль и аргумент. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексного числа. Формулы Муавра извлечения корней из комплексных чисел.
2. 2.	Расширенная комплексная плоскость и её свойства.	Понятие бесконечно удаленной точки. Открытые и замкнутые множества. Последовательности комплексных чисел и их свойства.
3. 2.	Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность	Понятие функции комплексной переменной. Способы задания. Два определения предела функции. Непрерывность и обобщенная непрерывность. Понятие однолиственности.
4. 2.	R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.	Понятие R-линейного и C-линейного функционала. Структура R-линейных и C-линейных функционалов. Критерий C-линейного функционала. Геометрические свойства R-линейных и C-линейных функционалов.
5. 2.	Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши-Римана	Понятие R-дифференцируемости и C-дифференцируемости функции комплексной переменной. Теорема Коши-Римана (необходимое и достаточное условие C-дифференцируемости). Элементарные свойства C-дифференцируемых функций (дифференцируемость суммы, произведения, частного и композиции).
6. 2.	Комплексная производная и ее свойства	Понятие комплексной производной. Связь с C-дифференцируемостью. Простейшие свойства комплексной производной. Способы вычисления комплексной производной. Вычисление комплексной производной от элементарных функций.
7. 2.	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций	Аналитичность функции комплексной переменной в точке и на множестве. Классы аналитических функций.
8. 2.	Элементарные функции комплексной переменной и их свойства	Линейная функция. Степенная функция. Показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции комплексной переменной и их свойства. Многозначные функции. Главное значение многозначной функции. Точки ветвления. Области конформности.
9. 2.	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	Ориентированные контуры в комплексной плоскости. Понятие интеграла от Ф.К.П. Связь с интегралом Римана и криволинейными интегралами 2-го рода. Свойства интеграла (линейность, аддитивность, ориентированность, оценки интеграла). Примеры вычисления интегралов от Ф.К.П. Число связности области. Ориентированная граница области. Теоремы Коши для односвязных областей (1-ая и 2-ая формулировки). Теорема Коши для многосвязных областей.
10. 2.	Интегральная формула	Интегральная формула Коши и ее модификации.

	Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции	Интегральная формула Коши для производных аналитической функции. Аналитичность производных аналитической функции. Вычисление интегралов с помощью интегральных формул Коши.
11. 2.	Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума.. Теорема Лиувилля	Формулы среднего значения для аналитической функции (1-ая, 2-ая и 3-я). Принцип максимума модуля для аналитической функции. Понятие целой функции. Теорема Лиувилля. Следствия из теоремы Лиувилля.
12. 2.	Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса	Понятие первообразной и локальной первообразной. Свойства первообразной. Теоремы о первообразной и локальной первообразной. Неопределенный интеграл и формула Ньютона-Лейбница. Теоремы Мореры и Вейерштрасса (об аналитичности предела равномерно сходящейся последовательности аналитических функций).
13. 2.	Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши-Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда	Функциональные ряды. Типы сходимости. Область сходимости. Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара и радиус сходимости. Аналитичность сумм степенных рядов. Теорема Абеля. Примеры.
14. 2.	Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции	Теорема Тейлора и единственность тейлоровского разложения аналитической функции. Эквивалентность 3-х определений аналитической функции (Коши, Мореры, Тейлора). Разложение в ряды Тейлора элементарных Ф.К.П.. Методы разложения в ряд Тейлора аналитических функций.
15. 2.	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Вычисление порядка нуля. Теорема единственности для аналитических функций и следствия из нее.
16. 2.	Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана	Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана. Теорема о единственности лорановского разложения аналитической функции. Разложение аналитических функций в ряды Лорана.
17. 2.	Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с лорановским разложением. Теорема Сохоцкого	Изолированные и неизолированные особые точки аналитической функции. Устранимая особенность, полюс и существенно особая точка. Их связь с лорановским разложением. Критерий правильной точки. Порядок полюса и его вычисление. Теорема Ю.В.Сохоцкого. Нахождение особых точек и установление их типа.
18. 2.	Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов	Определение вычета аналитической функции. Способы вычисления вычетов в правильной точке, полюсе и существенно особой точке. Определение вычета в бесконечно удаленной точке. Теорема о полной сумме вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
4 семестр.						
1.	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра.	1	1		1	4
2.	Расширенная комплексная плоскость и её свойства.	1	1		1	4
3.	Функции комплексной	1	1		1	4

	переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолистность.					
4.	R-линейные и C-линейные функционалы и их свойства.	1	1		1	4
5.	Дифференцируемость функций комплексной переменной. Условие Коши- Римана.	1	1		2	4
6.	Комплексная производная и ее свойства.	1	1		1	4
7.	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций.	1	2		2	6
8.	Элементарные функции комплексной переменной и их свойства.	1	2		1	6
9.	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	1	2		1	6
10.	Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции.	1	2		1	6
11.	Формулы среднего значения и следствия из них. Принцип максимума. Теорема Лиувилля.	1	2		2	7
12.	Первообразная. Локальная первообразная. Теоремы о первообразных. Теорема Мореры. Теорема Вейерштрасса.	1	2		1	7
13.	Функциональные и степенные ряды. Область сходимости. Теорема Коши- Адамара. Теорема Абеля. Аналитичность суммы степенного ряда.	1	2		2	7
14.	Теорема Тейлора. Теорема единственности тейлоровского разложения. 3 определения аналитической функции.	1	2		2	7
15.	Нули аналитической функции. Порядок нуля. Теорема единственности.	1	2		1	7
16.	Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана.	1	2		1	7
17.	Особые точки аналитической функции. Классификация изолированных особых точек. Критерий правильной точки. Связь И.О.Т. с	1	2		2	7

	лорановским разложением. Теорема Сохоцкого.					
18.	Понятие вычета. Связь вычета с лорановским разложением. Формулы вычета в полюсе. Основная теорема о вычетах. Вычет на бесконечности. Теорема о полной сумме вычетов.	1	2		1	7
Итого за 4-ый семестр:		16	32		24	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Следует систематически посещать лекционные и семинарские занятия. Материалы этих занятий следует внимательно изучать и регулярно выполнять домашние задания. На занятиях нужно вести себя активно. Для достижения хороших результатов при изучении дисциплины студентам также необходимо самостоятельно разбирать материалы лекций и соответствующие темы в рекомендованных учебниках, ни в коем случае не заменяя их сетевыми ресурсами, формируемыми любыми пользователями сети (Википедия и т.п.).

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	<i>Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ / Б.В.Шабат : В 2 ч.— СПб. : Лань, 2004 – Ч. 1 : Функции одного переменного. – 2004. –336 с.</i>
2.	<i>Волковысский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковысский, Г.Л. Луиц, И.Г. Абрамович. – М.: Физматлит, 2006. – 312 с.</i>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
.1	<i>Лаурентьев М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А.Лаурентьев, Б.В. Шабат. – М.: Лань, 2002. –688 с.</i>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Источник
1.	<i>Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст] : учебник .— Москва : Лань, 2009 .— 432 с. : ил. — 1 экз. — ISBN 978-5-8114-0913-6 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322>.</i>
2.	<i>Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010 .— Загл. с титул экрана .— Электрон. версия печ. публикации .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader.</i>
3.	<i>Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010 .— 36 с. <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-224.pdf>.</i>

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы
(учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных) работ и др.)

№ п/п	Источник
1.	Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ / Б.В.Шабат : В 2 ч.— СПб. : Лань, 2004 – Ч. 1 : Функции одного переменного. – 2004. –336 с.
2.	Волковысский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковысский, Г.Л. Лунц, И.Г. Абрамович. – М.: Физматлит, 2006. – 312 с.
3.	Лаврентьев М.А. Методы теории функции комплексного переменного / М.А.Лаврентьев, Б.В. Шабат. – М.: Лань, 2002. –688 с.
4.	Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Текст] : учебник .— Москва : Лань, 2009 .— 432 с. : ил. — 1 экз. — .— ISBN 978-5-8114-0913-6 .— <URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=322 >.
5.	Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2010 .— Загл. с титул экрана .— Электрон. версия печ. публикации .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000; Adobe Acrobat Reader.
6.	Задания к курсовой работе по курсу "Теория функций комплексной переменной" : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 3 курса вечер. отд-ния фак. ПММ специальности 010501 - Прикладная математика и информатика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: Э.Л. Шишкина, Л.Н. Ляхов .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010 .— 36 с. <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m10-224.pdf >.

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

При реализации учебной работы используются следующие образовательные технологии: обсуждение на лекциях теоретических методов, разбор практических задач на практических занятиях, различные формы стимулирования самостоятельной работы студентов.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:
проектор, документ-камера

19. Фонд оценочных средств:

19.1. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

Код и содержание компетенции (или ее части)	Планируемые результаты обучения (показатели достижения заданного уровня освоения компетенции посредством формирования знаний,	Этапы формирования компетенции (разделы (темы)	ФОС* (средства оценивания)
---	---	--	----------------------------

	умений, навыков)	дисциплины или модуля и их наименование)	
ОПК-1, способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	Знать: понятие комплексного числа, действия над комплексными числами, понятия предела последовательности комплексных чисел, функции комплексной переменной, предела и непрерывности функции комплексной переменной, производной и интеграла от функции комплексной переменной.	Комплексные числа и действия над ними. Формулы Муавра Функции комплексной переменной. Предел. Обобщенная непрерывность. Однолиственность	<i>Практическое задание</i>
	Уметь: логически мыслить, самостоятельно расширять свои математические знания, применять свои знания при решении задач.	Понятие аналитической функции. Свойства аналитических функций	<i>Практическое задание</i>
ПК-2, способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	Знать: понятие комплексного числа, действия над комплексными числами, понятия предела последовательности комплексных чисел, функции комплексной переменной, предела и непрерывности функции комплексной переменной, производной и интеграла от функции комплексной переменной.	Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства. Теоремы Коши для односвязных областей. Теорема Коши для многосвязных областей.	<i>Практическое задание</i>
	Уметь: логически мыслить, самостоятельно расширять свои математические знания, применять свои знания при решении задач.	Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши для производных аналитической функции	<i>Практическое задание</i>
	Владеть: методами исследования и решения задач, относящихся к следующим разделам комплексного анализа: комплексные числа, функции комплексной переменной, производная и интеграл от функции комплексной переменной.	Ряды Лорана. Область сходимости. Теорема Лорана	<i>Практическое задание</i>
Промежуточная аттестация			КИМ

19.2 Описание критериев и шкалы оценивания компетенций (результатов обучения) при промежуточной аттестации

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено
Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

19.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

19.3.1 Перечень вопросов к зачету:

1. Комплексные числа и действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
2. Последовательности комплексных чисел и их свойства. Неограниченно возрастающая последовательность. Бесконечно удаленная точка комплексной плоскости. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана и стереографическая проекция.
3. Понятие функции комплексной переменной. Вещественная и мнимая части функции комплексной переменной. Однозначные и многозначные функции. Однолистные функции.
4. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
5. Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
6. Аналитические функции комплексной переменной и их свойства.
7. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной.
8. Конформные отображения и их свойства. Линейные функции комплексной переменной.
9. Интеграл от функции комплексной переменной и его свойства.
10. Теорема Коши для односвязной области.
11. Теорема Коши для многосвязной области.
12. Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций.
13. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
14. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
15. Классификация особых точек аналитической функции.
16. вычисление интегралов с помощью вычетов.

19.3.2 Перечень практических заданий

19.3.4 Тестовые задания

Комплект задач

по дисциплине Б1.О.54 *Комплексный анализ*

1. Найти все значения $\sqrt[4]{i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Найти все значения $\sqrt[4]{-16}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Найти все значения $\sqrt[3]{-i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
4. Найти все значения $\sqrt[4]{-i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
5. Вычислить значение

$$\left(\frac{1-i}{1-i\sqrt{3}} \right)^{40}.$$

6. Вычислить значение

$$\left(\frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}\right)^{40}.$$

7. Вычислить значение

$$\left(\frac{1+i}{1+i\sqrt{3}}\right)^{30}.$$

8. Вычислить значение

$$\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^{30}.$$

9. Определить аналитическую функцию $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ по ее заданной вещественной части

$$u(x, y) = x + e^{-2y} \cos 2x.$$

10. Определить аналитическую функцию $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ по ее заданной мнимой части

$$v(x, y) = x + e^{-y} \sin x.$$

11. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках $-i, 0, -1$ на подобный ему треугольник с вершинами в точках $2, 2i, -2$.

12. Найти конформное отображение полукруга $\{z \in \mathbb{C} : |z + 2i| < 1, \operatorname{Re} z < 0\}$

на полукруг $\{w \in \mathbb{C} : |w + 1| < 1/2, \operatorname{Im} w < 0\}$.

13. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках $0, -1, -1+i$ на подобный ему треугольник с вершинами в точках $0, 2 - 2i, 4$.

14. Найти конформное отображение полукруга $\{z \in \mathbb{C} : |z - 2| < 1, \operatorname{Im} z < 0\}$

на полукруг $\{w \in \mathbb{C} : |w - 2i| < 1/2, \operatorname{Re} w > 0\}$.

15. Вычислить интеграл

$$\int_{|z|=1} \bar{z} dz.$$

16. Вычислить интеграл

$$\int_{\gamma} \operatorname{Re} z dz,$$

где γ – участок параболы $y = x^2$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.

19.3.4 Перечень заданий для контрольных работ

Комплект заданий для зачета № 1

по дисциплине Б1.О.54 Комплексный анализ

Вариант 1

1. Найти все значения $\sqrt[3]{1}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
2. Определить аналитическую функцию $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ по ее заданной вещественной части

$$u(x, y) = x + e^x \cos y.$$

Вариант 2

1. Вычислить значение

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}+i} \right)^{30}.$$

2. Определить аналитическую функцию $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ по ее заданной мнимой части

$$v(x, y) = 2y + e^{-y} \sin x.$$

Комплект заданий для зачета № 2

по дисциплине Б1.О.54 Комплексный анализ

Вариант 1

1. Найти конформное отображение треугольника с вершинами в точках $0, i, -1$ на подобный ему треугольник с вершинами в точках $0, 2 - 2i, 4$.
2. Вычислить интеграл

$$\int_{\gamma} \bar{z} dz,$$

где γ – участок параболы $y = \sqrt{x}$ от точки $z_1 = 0$ до точки $z_2 = 1 + i$.

Вариант 2

1. Найти конформное отображение полукруга $\{z \in \mathbb{C} : |z + 2| < 1, \operatorname{Im} z > 0\}$ на полукруг $\{w \in \mathbb{C} : |w - i| < 1/2, \operatorname{Re} w > 0\}$.
2. Вычислить интеграл

$$\int_{\gamma} |z| dz,$$

где γ – отрезок, соединяющий точки $z_1 = 0$ и $z_2 = 1 + 2i$.

Критерии оценки:

«Зачтено» - студент должен продемонстрировать теоретические знания и практические навыки по всем разделам дисциплины.

«Незачтено» - недостаточное владение теоретическими знаниями или практическими навыками

19.3.5 Темы курсовых работ

19.3.6 Темы рефератов

19.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме(ах): устного опроса; письменных работ (контрольные). Критерии оценивания приведены выше.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний.

При оценивании используются качественные шкалы оценок. Критерии оценивания приведены выше.